

مجلس مدرسه
مجتهد امامزاده
عمر بن الخطاب
۱۴۰۴

پاسخنامه

دفترچه سؤالات (سری A)

مسابقه ریاضدانش آموزان

۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱

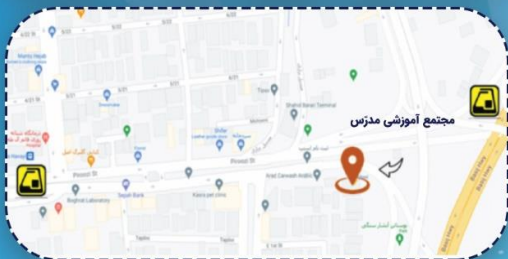


modarres14





مجتمع آموزشی مدرّس



میدان شهدا، خیابان پیروزی، بعد از بلوار ابوذر

۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱ @ Modarres14

۷۰%

تخفیف ویژه ثبت‌نام در سال تحصیلی جدید ویژه خانواده های ایتارگران

همایش انتخاب رشته آگاهانه

ویژه دانش آموزان پایه نهم

- 
امتیازات هدایت تحصیلی و نحوه محاسبه آن
- 
زمان مجاز تغییر رشته یا شاخه
- 
عوامل موثر در انتخاب رشته
- 
بررسی رشته‌های پرمناقضی دانشگاهی
- 
قوانین حاکم بر انتخاب رشته
- 
پنج اولویت ثبت نامی آموزش و پرورش
- 
بررسی وضعیت رشته‌های مختلف در کنکور
- 
رابطه بین تست‌های هوش و پیشرفت تحصیلی



برای ثبت نام و شرکت در همایش انتخاب رشته اسکن کنید

تست هوش چندگانه گاردنر

هوش حرکتی / هوش کلامی / هوش درون‌فردی / هوش موسیقایی / هوش طبیعت‌گرا / هوش فضای / هوش برون‌فردی / هوش ریاضی-منطقی

- 
انتخاب شغل بر اساس توانایی‌ها
- 
شناسایی و تقویت هوش غالب
- 
انتخاب رشته تحصیلی بر اساس توانایی‌ها
- 
انتخاب بازی و ورزش مناسب



برای شرکت در تست هوش گاردنر اسکن کنید.

نتایج کنکور سراسری ۱۴۰۲



سید امیر حسین
قدری



صدرالدین
حسینی

کسب رتبه ۸۶

کسب رتبه ۱۶۶

۷ رتبه زیر ۱۰۰۰

۸۶ ۱۶۶ ۳۳۴ ۴۱۴ ۵۱۵ ۵۵۶ ۸۹۴

۱۱ رتبه بین ۱۰۰۰ تا ۳۰۰۰

۱۲۳۶ ۱۲۵۹ ۱۸۹۵ ۲۱۱۷ ۲۲۲۷ ۲۳۵۱ ۲۳۷۷

۲۴۶۷ ۲۴۹۳ ۲۷۱۵ ۲۷۸۴

این راه پر فروغ همچنان ادامه دارد ...

افتخارآفرینان مجتمع مدرس در کنگور سراسری ۱۴۰۲



دانشگاه صنعتی شریف



ایلیا قایدی
ریاضیات و کاربردها



امیرحسین احمدی
مهندسی مکانیک



محمدرضا فعال
مهندسی صنایع



صدرالدین حسینی
مهندسی صنایع



سید امیرحسین قدری
مهندسی برق



امیررضا قاسم زاده
مهندسی شیمی



محمدرضا نازخانی
مهندسی عمران



محمد طه رحیمی کیا
مهندسی پزشکی



دانشگاه سنی امیر کبیر

دانشگاه امیرکبیر



حمیدرضا زکشان
مهندسی مکانیک



مهدی حاجی عبدالمجید
مهندسی معماری



میلاد جعفری
پرستاری علوم پزشکی البرز



ایمان کلانی
پرستاری علوم پزشکی ساوه



علیرضا غلامی
پرستاری تهران پزشکی



امیرحسین کوذری
پرستاری علوم پزشکی تهران



امید اکبری
پرستاری علوم پزشکی کرج



دانیال فاضلی
علوم آزمایشگاهی علوم پزشکی گرگان



مدرسه تخصصی علوم پزشکی شیراز

پزشکی و کادر درمان



محمدصدر اشیرعلی
مهندسی معماری



مهرشاد فوقانی
مهندسی عمران



سید رامتن محمد سعیدی
فیزیک مهندسی
دانشگاه صنعتی قم



آرمان گراوند
مهندسی مواد و متالورژی
دانشگاه سمنان



علیرضا محمودی زاده
آموزش زبان انگلیسی
دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی



پرهام محمدی
مهندسی تولید و کنترل کیفیت گیاهی
دانشگاه گیلان



مصطفی صوری
مهندسی ایمنی صنعتی



نیما اواسانی
مهندسی شهرسازی



محمد امین میرزایی
زیست شناسی سلولی و مولکولی



شایان یزدان پناه
آمار



مصطفی صوری
مهندسی ایمنی صنعتی



علیرضا مدنی
آمار



امیرحسین خراسانی
مهندسی معماری



میلاد جعفری
آمار



مجتمع آموزشی مدرس
متوسطه دوره اول ، دوره دوم
محل: مشهد، خیابان پیروزی، بعد از پاساژ ایچا

۰۲۱-۷۸۲۸۹۰۹۱ ۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱
Modarres@



کسری کالانتر
مهندسی صنایع

دانشگاه فنی مهندسی گرمسار



افتخار آفرینی
دانش پژوهان
دبیرستان مدرّس
در

کنکور سراسری ۱۴۰۱

کسب رتبه ۳۴

و ۱۱ رتبه زیر ۱۰۰۰

۶۵۲

۶۱۲

۲۸۴

۲۷۵

۱۴۱

۳۴

۹۳۰

۸۷۲

۸۱۷

۶۶۶

۶۵۴

این راه پر فروغ همچنان ادامه دارد ...



همایش انتخاب رشته آگاهانه

ویژه دانش آموزان پایه نهم



امتیازات هدایت تحصیلی و نحوه محاسبه آن



قوانین حاکم بر انتخاب رشته



زمان مجاز تغییر رشته یا شاخه



پنج الویت ثبت نامی آموزش و پرورش



عوامل موثر در انتخاب رشته



بررسی وضعیت رشته های مختلف در کنکور



بررسی رشته های پرمقاضی دانشگاهی



رابطه بین تست های هوش و پیشرفت تحصیلی



برای ثبت نام و شرکت در همایش انتخاب رشته اسکن کنید

تست هوش چندگانه گاردنر



هوش موسیقایی

هوش درون فردی

هوش کلامی

هوش حرکتی

هوش ریاضی منطقی

هوش برون فردی

هوش فضایی

هوش طبیعت گرا



انتخاب شغل بر اساس توانایی ها



شناسایی و تقویت هوش غالب



انتخاب رشته تحصیلی بر اساس توانایی ها



انتخاب بازی و ورزش مناسب



برای شرکت در تست هوش گاردنر اسکن کنید

$A \cap B'$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$



$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n}) = 0$

پانجمه مسابقه ریاضی دانان جوان

سری A

شماره صفحه: ۱



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱**

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. **۲**

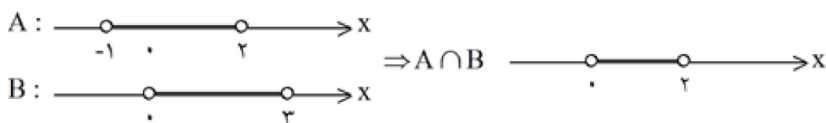
اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند یعنی $A \cap B = \emptyset$ در اینصورت $A - B = A$ و $B - A = B$ است و برعکس اگر $A \cap B = \emptyset$ در این صورت $A - B = A$ یا $B - A = B$ ، جدا از هم باشند یعنی $A \cap B = \emptyset$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۳**

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. **۴**

$A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | 0 < x < 3\}$

$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\} = \{x | -1 < x < 2 \wedge 0 < x < 3\} = \{x | 0 < x < 2\}$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۵**

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۶**

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| \Rightarrow x + (-y) = x - y$ با توجه به علامت از قدرمطلق بیرون می‌آوریم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۷**

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم مساویند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر زاویه خارجی با جمع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر است. پس مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث برابر است با دو برابر مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث که می‌شود ۳۶۰ درجه.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۱۰**

$\left. \begin{matrix} \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} = 2\hat{B} \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. **۱۱**

$\frac{4}{5} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 15$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۲**

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۱۳**

$S = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{16 \times 2}$
 $= 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$

$A \cap B'$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{-1}(\frac{1}{n})$

$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$



$$A \cap B'$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۲

سری A



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

$$2^{-1} + 3^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر چهار عبارت نشان‌دهنده‌ی یک مجموعه می‌باشند، زیرا اعضای آن‌ها متمایز و قابل تشخیص می‌باشند. ۱۶

توجه کنید که تنها سه عدد فرد متوالی که می‌توانند اول باشند $\{3, 5, 7\}$ است و تنها اعداد اول دورقمی بزرگ‌تر از ۸۰ برابر با $\{83, 89, 97\}$ می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

اعداد اول = $\{2, 3, 5\}$ و کل اعداد روی تاس = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

احتمال اینکه در یکبار پرتاب تاس عدد اول بیاید: $\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$

احتمال اینکه در ۲ بار پرتاب تاس عددهای رو شده اول باشند: $\frac{9}{36}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$S = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{(3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$p(A) = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\{\{\phi\}\} \in A$ درست نیست. مجموعه A سه عضو دارد ولی این عضو را ندارد. ۲۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳

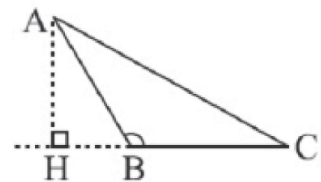
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها:

۱) دو مثلث در نظر بگیرید که ارتفاع و قاعده اولی به ترتیب ۲ و ۶ و ارتفاع و قاعده دومی به ترتیب ۶ و ۲ باشد. در این صورت دارای مساحت‌های یکسان هستند ولی هم‌نهشت نیستند.

۲) مثلث ABC دارای یک زاویه باز است و ارتفاع آن خارج گرفته است. (مطابق شکل بالا)

۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث‌های قائم‌الزاویه و منفرجه‌الزاویه به ترتیب وسط وتر و خارج مثلث است.



$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

$$A \cap B'$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$ANB' \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۳

سری A



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۵)

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{x+3} \Rightarrow 4x + 12 = 10x \Rightarrow 12 = 6x \Rightarrow x = 2$$

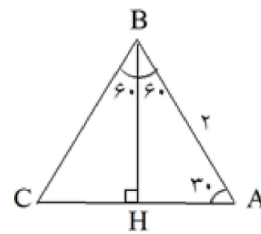
\Rightarrow مستطیل کوچک = ۱۰ \Rightarrow طول مستطیل کوچک = ۵ \Rightarrow عرض مستطیل کوچک = ۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مثلث ABC متساوی الساقین است. (۲۶)

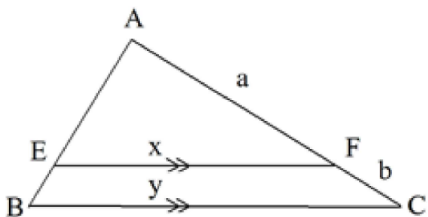
$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

$$2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$$

پس محیط مثلث:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۷)



$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{AF}{AC - AF} = \frac{x}{y - x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x}{y - x}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۸)

$$a = \frac{1}{\sqrt{69}} \times 10^{-31} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1/\sqrt{69}}{1/\sqrt{3}} \times 10^{-31} \times 10^{-41} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 10^{-72}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 10^{-41}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۹)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۰)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر دو مجموعه A و B برابر باشند، از آنجا که مجموعه B تک‌عضوی است مجموعه A نیز باید تک‌عضوی باشد، پس دو عضو (۲x + ۷) و (۴x + ۳) باید تکراری باشند و داریم: (۳۱)

$$2x + 7 = 4x + 3 \Rightarrow 7 - 3 = 4x - 2x \Rightarrow 4 = 2x \Rightarrow x = 2$$

$$\{(2 \times 2 + 7), (4 \times 2 + 3)\} = \{a\} \Rightarrow \{11\} = \{a\}$$

حال مقدار x را در مجموعه A قرار می‌دهیم:

$$a + x = 11 + 2 = 13$$

پس $a = 11$ است و داریم:

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

ANB'

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(-2x+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$A \cap B'$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۴

سری A

پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان



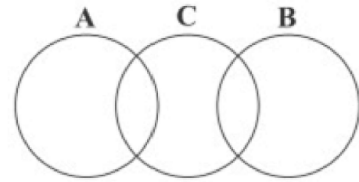
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه‌ها را به صورت مرتب می‌نویسیم.

$$A = \{a, b, \{a, b\}\}$$

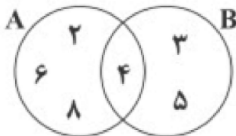
$$B = \{\underbrace{\{a\}}_{\text{تکراری}}, \underbrace{\{a, a\}}_{\text{تکراری}}, \{b\}\} = \{\{a\}, \{a\}, \{b\}\} = \{\{a\}, \{b\}\}$$

$$C = \{1, a, 2, \underbrace{\{b, b, b\}}_{\text{تکراری}}, \{a, b\}\} = \{1, a, 2, \{b\}, \{a, b\}\}$$

دو مجموعه‌ی A و C دو عضو مشترک $\{a, b\}$ و a را دارند و دو مجموعه‌ی B و C عضو مشترک $\{b\}$ را دارند و دو مجموعه‌ی A و B عضو مشترک ندارند، پس نمودار آن به صورت زیر است:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار ون دو مجموعه‌ی A و B به صورت مقابل است.



یک نمونه از مجموعه‌های مورد نظر برای C، مجموعه‌ی $\{3, 4\}$ است که هر دو شرط را دارد. برای پیدا کردن تعداد همه‌ی زیرمجموعه‌ها مانند C دقت کنید که باید $C \subseteq B$ ولی $C \neq B$ و $C \neq \{4\}$ (چون C نباید زیرمجموعه‌ی A باشد) یعنی از $2^3 = 8$ زیرمجموعه‌ی B، دوتای آن‌ها حذف می‌شوند. پس ۶ مجموعه به جای C می‌توان نوشت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر کسر را تفکیک می‌کنیم و سپس حاصل را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{-5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \dots - \frac{11}{40 \times 41} &= -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \dots - \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{41}\right) \\ &= -\frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \dots - \cancel{\frac{1}{40}} - \frac{1}{41} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{41} = \frac{-41 - 2}{82} = \frac{-43}{82} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

$$A \cap B'$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(-2x+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

ANB'

sin^2 alpha + cos^2 alpha = 1

EF || AD, EF = (a+b)/2

lim n -> infinity

شماره صفحه: ۵

سری A



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

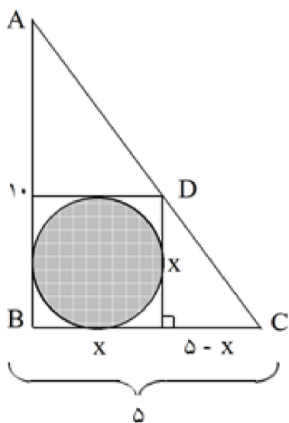
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۳۹)

(1 - sqrt(2))^-2 = 1 / (1 - sqrt(2))^2 = 1 / (1 + 2 - 2*sqrt(2)) = 1 / (3 - 2*sqrt(2))
=> 1 / (3 - 2*sqrt(2)) * (3 + 2*sqrt(2)) / (3 + 2*sqrt(2)) = (3 + 2*sqrt(2)) / (9 - 8) = 3 + 2*sqrt(2)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حاصل این عبارت برابر است با: (۴۰)

2^9n+6 * 7^6n-5 / 2^9n+4 * 7^6n-5 = 2^2 = 4

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنید طول قطر دایره برابر x باشد. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC داریم: (۴۱)



DE || AB => DE/AB = CE/CB => x/10 = (delta-x)/delta => delta*x = 50 - 10*x
=> 15*x = 50 => x = 10/3

اگر شعاع دایره برابر R باشد، آنگاه داریم:

2R = 10/3 => R = 5/3 => مساحت دایره: S = pi*R^2 = 25/9*pi

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۴۲)

به کمک تالس جزء به جزء داریم:

DA || EB => OD/DE = OA/AB
EB || FC => OE/EF = OB/BC
EA || FB => OE/EF = OA/AB
=> OD/DE = OE/EF = OA/AB = OB/BC (1)

2OA = 2EF = 4 => OA = EF = 2, BC = 4 (2)

(1), (2) => OD/DE = OE/2 = 2/4 = 1/2 (3)

(3) 2/AB = 2/4 => 8 = 2AB + (AB)^2 => (AB)^2 + 2AB - 8 = 0

=> (AB + 4)(AB - 2) = 0 => { AB = -4 (غیرممکن)
AB = 2

با توجه به AB = 2 و رابطه (۳) داریم:

OD/DE = OE/2 = 1/2 => OE = 2, OD = DE

D وسط OE قرار دارد پس:

OD = DE = 1

AB + DE = 2 + 1 = 3

EF || AD, EF = (a+b)/2

(3 cos^2 phi - 1/2)

ANB'

lim n -> infinity sin(ax+3)

AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)

$$ANB' \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۶

سری A



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با رسم ارتفاع‌های وارد بر وتر، تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل متشابه اند، بنابراین: $\triangle ABD$ و

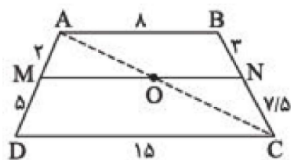
$\triangle HCD$ هم متشابه‌اند:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 + 2^2 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$AC^2 = CD \times BC \Rightarrow 4 = CD \times \sqrt{7} \Rightarrow CD = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle HCD}} = K^2 = \left(\frac{AB_{\text{وتر}}}{CD_{\text{وتر}}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\frac{4}{\sqrt{7}}}\right)^2 = \frac{21}{16} \Rightarrow \frac{42}{16} = \frac{21}{16} \Rightarrow S_{\triangle HCD} = 32$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



طبق عکس قضیه تالس در دوزنقه:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD$$

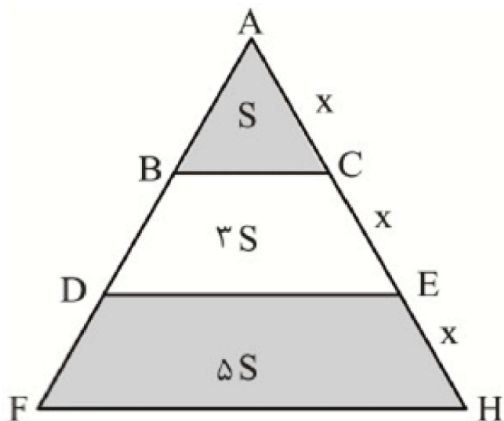
اکنون از A به C وصل می‌کنیم، آنگاه طبق قضیه تالس داریم:

$$\triangle ADC : OM \parallel DC \Rightarrow \frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{MO}{15} = \frac{2}{7} \Rightarrow MO = \frac{30}{7}$$

$$\triangle ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{NO}{AB} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow \frac{NO}{8} = \frac{5/5}{10/5} = \frac{5}{10} \Rightarrow NO = \frac{40}{7}$$

$$MN = MO + NO = \frac{30}{7} + \frac{40}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k نسبت مساحت‌ها k^2 است:



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{x}{2x}\right)^2 = \frac{1}{4} \begin{cases} S_{\triangle ABC} = S \\ S_{BCDE} = 3S \end{cases}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle AFH}} = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9} \begin{cases} S_{\triangle ADE} = 4S \\ S_{DEFH} = 5S \end{cases}$$

بنابراین نسبت مساحت دوزنقه هاشورزده ($5S$) به مساحت مثلث هاشورزده (S) برابر ۵ است.

$$ANB'$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۷

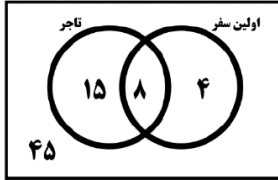
سری A

پاسخنامه مسابقه ریاضی دانان جوان

پاسخ سوال شماره (۱)

با رسم نمودار ون مقابل، تعداد افرادی که نه تاجر هستند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند برابر است با ۴۵.

کل افراد: ۷۲



پاسخ سوال شماره (۲)

• الف

در جدول مقابل تعدادهای مختلف برای جمع ۲ عدد تاس آمده است:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

برای این که جمع دو تاس عددی اول شود، باید مجموع آن‌ها یکی از اعداد ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ شود،

$$1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15$$

مجموع حالت‌ها برای این اعداد برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} R \rightarrow 6 \times 6 \\ P \rightarrow 2 \times 2 \end{array} \right. \rightarrow 36 + 4 = 40$$

تعداد کل حالت‌های فضای نمونه‌ای برابر است با:

پس احتمال پیشامد فوق برابر است با:

$$P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

• ب

اگر سکه‌ای اول رو بیاید، در ۳۶ حالتی که مربوط به تاس‌ها می‌شود، تنها ۱ سکه رو داریم و شرط مسئله درست است.

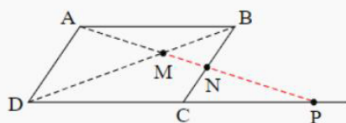
اگر سکه اول پشت بیاید، بعد از آن ۲ عدد سکه پرتاب می‌کنیم که تنها در ۲ حالت از آن فقط یک سکه رو می‌آید.

پس در کل ۲+۳۶ حالت پیشامد مطلوب ما است.

$$P(A) = \frac{36+2}{40} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20}$$

پس احتمال پیشامد فوق برابر است با:

پاسخ سوال شماره (۳)



دو مثلث AMD و BMN و همچنین دو مثلث AMB و DMP با هم متشابه‌اند. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMD \sim \triangle BMN : \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ \triangle AMB \sim \triangle DMP : \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP} \\ \Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

$$ANB'$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

ANB' $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$



$(\frac{1}{2})^n - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



$S = 2\pi r a b$

$C = 2\pi r$

$S = 2\pi r a b$



ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

سری A

شماره صفحه: ۸



پاسخ سوال شماره (۴)

در دوزنقه‌ی فوق، رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:

$$\begin{cases} S_{AOB} \times S_{OCD} = S_{OBC} \times S_{AOD} \\ S_{OBC} = S_{AOD} \end{cases} \rightarrow S_{OBC} = S_{AOD} = \sqrt{S_{AOB} \times S_{OCD}} = \sqrt{9 \times 4} = 6$$

روش دوم:

اضلاع کنار را ادامه دهید تا یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند، سپس با استفاده از تشابه و قضیه‌ی تالس، نسبت مساحت‌های مثلث‌های متشابه را بدست آورید.

پاسخ سوال شماره (۵)

$$A = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = B \times C$$

$$\begin{cases} B = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \rightarrow B^2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 4 + 2 = 6 \rightarrow B = \sqrt{6} \\ C = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{2} \end{cases} \rightarrow A = 2 \times \sqrt{3}$$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$(3 \cos^2 \alpha - 1/2)$

ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$

$(\frac{1}{2})^n - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha$



$S = 2\pi r a b$

$C = 2\pi r$

$S = 2\pi r a b$

ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$



ANB'

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

