

مجلس شورای مدرسه  
مجزیه آموزش ۱۴۰۱  
مهریوه

پاسخنامه

دفترچه سؤالات (سری B)

مسابقه ریاضداناان جوالان

۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱

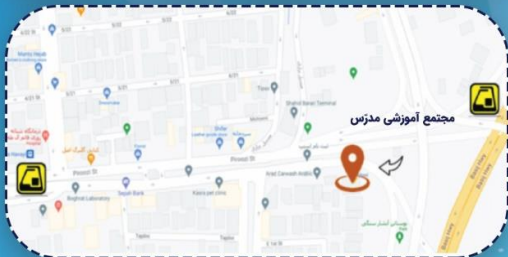


modarres14





## مجتمع آموزشی مدرّس



میدان شهدا، خیابان پیروزی، بعد از بلوار ابوذر

۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱ @ Modarres14

# ۷۰%

## تخفیف ویژه ثبت نام در سال تحصیلی جدید ویژه خانواده های ایتارگران

### همایش انتخاب رشته آگاهانه

#### ویژه دانش آموزان پایه نهم

- 
**امتیازات هدایت تحصیلی و نحوه محاسبه آن**
- 
**زمان مجاز تغییر رشته یا شاخه**
- 
**عوامل موثر در انتخاب رشته**
- 
**بررسی رشته های پرمناقضی دانشگاهی**
- 
**قوانین حاکم بر انتخاب رشته**
- 
**پنج اولویت ثبت نامی آموزش و پرورش**
- 
**بررسی وضعیت رشته های مختلف در کنکور**
- 
**رابطه بین تست های هوش و پیشرفت تحصیلی**



برای ثبت نام و شرکت در همایش انتخاب رشته اسکن کنید

### تست هوش چندگانه گاردنر

هوش حرکتی / هوش کلامی / هوش درون فردی / هوش موسیقایی / هوش طبیعت‌گرا / هوش فضای / هوش برون فردی / هوش ریاضی-منطقی

- 
**انتخاب شغل بر اساس توانایی ها**
- 
**شناسایی و تقویت هوش غالب**
- 
**انتخاب رشته تحصیلی بر اساس توانایی ها**
- 
**انتخاب بازی و ورزش مناسب**



برای شرکت در تست هوش گاردنر اسکن کنید.

# نتایج کنکور سراسری ۱۴۰۲



سید امیر حسین  
قدری



صدرالدین  
حسینی

کسب رتبه ۸۶

کسب رتبه ۱۶۶

۷ رتبه زیر ۱۰۰۰

۸۶ ۱۶۶ ۳۳۴ ۴۱۴ ۵۱۵ ۵۵۶ ۸۹۴

۱۱ رتبه بین ۱۰۰۰ تا ۳۰۰۰

۱۲۳۶ ۱۲۵۹ ۱۸۹۵ ۲۱۱۷ ۲۲۲۷ ۲۳۵۱ ۲۳۷۷

۲۴۶۷ ۲۴۹۳ ۲۷۱۵ ۲۷۸۴

این راه پر فروغ همچنان ادامه دارد ...

# افتخارآفرینان مجتمع مدرس در کنگور سراسری ۱۴۰۲



دانشگاه صنعتی شریف



ایلیا قایدی  
ریاضیات و کاربردها



امیرحسین احمدی  
مهندسی مکانیک



محمدرضا فعال  
مهندسی صنایع



صدرالدین حسینی  
مهندسی صنایع



سید امیرحسین قدری  
مهندسی برق



امیررضا قاسم زاده  
مهندسی شیمی



محمدرضا نازحانی  
مهندسی عمران



محمد طه رحیمی کیا  
مهندسی پزشکی



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشگاه امیرکبیر



حمیدرضا زکشان  
مهندسی مکانیک



مهدی حاجی عبدالمجید  
مهندسی معماری



محمدصدر اشیرعلی  
مهندسی معماری



مهرشاد فوقانی  
مهندسی عمران



مدرسه تخصصی علوم پزشکی علامه طباطبائی

پزشکی و کادر درمان



میلاد جعفری  
پرستاری علوم پزشکی البرز



ایمان کلانی  
پرستاری علوم پزشکی ساوه



علیرضا غلامی  
پرستاری تهران پزشکی



دانیال فاضلی  
علوم آزمایشگاهی علوم پزشکی گرگان



امیرحسین کوذری  
پرستاری علوم پزشکی تهران



امید اکبری  
پرستاری علوم پزشکی کرج



سید رامتن محمد سعیدی  
فیزیک مهندسی  
دانشگاه صنعتی قم



آرمان گراوند  
مهندسی مواد و متالورژی  
دانشگاه سمنان



علیرضا محمودی زاده  
آموزش زبان انگلیسی  
دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی



پرهام محمدی  
مهندسی تولید و نوینیک گیاهی  
دانشگاه گیلان



دانشگاه علامه طباطبائی



محمد امین میرزایی  
زیست شناسی سلولی و مولکولی



شایان یزدان پناه  
آمار



مصطفی صوری  
مهندسی ایمنی صنعتی



علیرضا مدنی  
آمار



امیرحسین خراسانی  
مهندسی معماری



میلاد جعفری  
آمار



مجتمع آموزشی مدرس  
متوسطه دوره اول ، دوره دوم  
میدان شهید خدایان پیروزی، بعد از بازار آبچدر

۰۲۱-۷۸۲۸۹۰۹۱ ۳۳۰۷۸۲۸۹-۹۱  
Modarrest@



کسری کانتز  
مهندسی صنایع

دانشگاه فنی مهندسی گرمسار



افتخار آفرینی  
دانش پژوهان  
دبیرستان مدرّس  
در

کنکور سراسری ۱۴۰۱

کسب رتبه ۳۴

و ۱۱ رتبه زیر ۱۰۰۰

۶۵۲

۶۱۲

۲۸۴

۲۷۵

۱۴۱

۳۴

۹۳۰

۸۷۲

۸۱۷

۶۶۶

۶۵۴

این راه پر فروغ همچنان ادامه دارد ...



# همایش انتخاب رشته آگاهانه

ویژه دانش آموزان پایه نهم



امتیازات هدایت تحصیلی و نحوه محاسبه آن



قوانین حاکم بر انتخاب رشته



زمان مجاز تغییر رشته یا شاخه



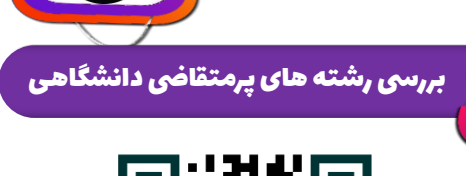
پنج الویت ثبت نامی آموزش و پرورش



عوامل موثر در انتخاب رشته



بررسی وضعیت رشته های مختلف در کنکور



بررسی رشته های پرمقاضی دانشگاهی



رابطه بین تست های هوش و پیشرفت تحصیلی



برای ثبت نام و شرکت در همایش انتخاب رشته اسکن کنید

## تست هوش چندگانه گاردنر



هوش موسیقایی  
هوش ریاضی منطقی

هوش درون فردی  
هوش برون فردی

هوش کلامی  
هوش فضایی

هوش حرکتی  
هوش طبیعت گرا



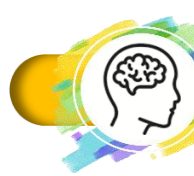
انتخاب شغل بر اساس توانایی ها



شناسایی و تقویت هوش غالب



انتخاب رشته تحصیلی بر اساس توانایی ها



انتخاب بازی و ورزش مناسب



برای شرکت در تست هوش گاردنر اسکن کنید

$$A \cap B' \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۱

سری B

پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان



۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
 اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند یعنی  $A \cap B = \emptyset$  در اینصورت  $A - B = A$  و  $B - A = B$  است و برعکس  
 اگر  $A - B = A$  یا  $B - A = B$ ، در این صورت  $A$  و  $B$  جدا از هم باشند یعنی  $A \cap B = \emptyset$

۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

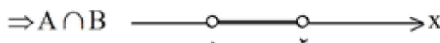
۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$W - N = \{0\}$$

$$A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | 0 < x < 3\}$$

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\} = \{x | -1 < x < 2 \wedge 0 < x < 3\} = \{x | 0 < x < 2\}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{0}{6}$$

۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| \Rightarrow x + (-y) = x - y$$

با توجه به علامت از قدرمطلق بیرون می‌آوریم.

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم مساویند.

۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم هر زاویه خارجی با جمع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر است. پس مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث برابر است با دو برابر مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث که می‌شود ۳۶۰ درجه.

۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} = 2\hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow 3\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow 2\hat{A} - 3\hat{B} = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$$

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 15$$

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$ANB' \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۲

سری B

پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$S = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{16 \times 2}$$

$$= 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$2^{-1} + 3^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر چهار عبارت نشان دهنده‌ی یک مجموعه می‌باشند، زیرا اعضای آن‌ها متمایز و قابل تشخیص می‌باشند. ۱۶

توجه کنید که تنها سه عدد فرد متوالی که می‌توانند اول باشند  $\{3, 5, 7\}$  است و تنها اعداد اول دورقمی بزرگ‌تر از ۸۰ برابر با  $\{83, 89, 97\}$  می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  = کل اعداد روی تاس و  $\{2, 3, 5\}$  = اعداد اول

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

احتمال اینکه در یکبار پرتاب تاس عدد اول بیاید:  $\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$

احتمال اینکه در ۲ بار پرتاب تاس عددهای رو شده اول باشند:  $\frac{9}{36}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$S = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{(3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$p(A) = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\{\{\phi\}\} \in A$  درست نیست. مجموعه A سه عضو دارد ولی این عضو را ندارد. ۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$\frac{4}{x} = \frac{10}{x+3} \Rightarrow 4x + 12 = 10x \Rightarrow 12 = 6x \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow S_{\text{مستطیل کوچک}} = 5 \Rightarrow \text{طول مستطیل کوچک} = 5, \text{عرض مستطیل کوچک} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

ANB'

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$



$ANB'$   $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$

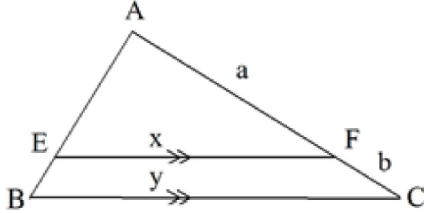
شماره صفحه: ۳

سری B



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (۲۵)



$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{AF}{AC-AF} = \frac{x}{y-x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x}{y-x}$$

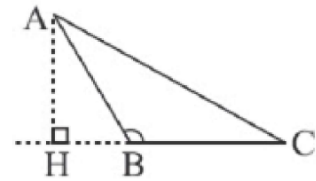
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۶)

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها:

(۱) دو مثلث در نظر بگیرید که ارتفاع و قاعده اولی به ترتیب ۲ و ۶ و ارتفاع و قاعده دومی به ترتیب ۶ و ۲ باشد. در این صورت دارای مساحت‌های یکسان هستند ولی هم‌نهشت نیستند.

(۲) مثلث  $ABC$  دارای یک زاویه باز است و ارتفاع آن خارج قرار گرفته است. (مطابق شکل بالا)

(۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث‌های قائم‌الزاویه و منفرجه‌الزاویه به ترتیب وسط وتر و خارج مثلث است.



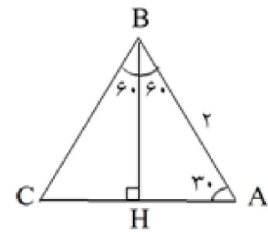
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۲۷)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مثلث ABC متساوی‌الساقین است. (۲۸)

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

$$2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}$$

پس محیط مثلث:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (۲۹)

$$a = 1/69 \times 10^{-31} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1/69 \times 10^{-31}}{1/3} \times 10^{-31} \times 10^{-31} = 1/3 \times 10^{-72}$$

$$b = 1/3 \times 10^{-31}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (۳۰)

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$

$ANB'$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$

$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$

$ANB'$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$

شماره صفحه: ۴

سری B

پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر باشند، از آنجا که مجموعه  $B$  تک‌عضوی است مجموعه  $A$  نیز باید تک‌عضوی باشد، پس دو عضو  $(2x + 7)$  و  $(4x + 3)$  باید تکراری باشند و داریم:

$$2x + 7 = 4x + 3 \Rightarrow 7 - 3 = 4x - 2x \Rightarrow 4 = 2x \Rightarrow x = 2$$

حال مقدار  $x$  را در مجموعه  $A$  قرار می‌دهیم:

$$\{(2 \times 2 + 7), (4 \times 2 + 3)\} = \{a\} \Rightarrow \{11\} = \{a\}$$

پس  $a = 11$  است و داریم:  $a + x = 11 + 2 = 13$

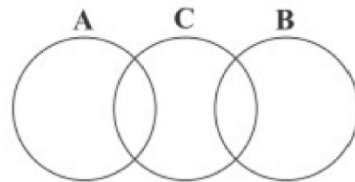
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه‌ها را به صورت مرتب می‌نویسیم.

$$A = \{a, b, \{a, b\}\}$$

$$B = \{\underbrace{\{a\}}_{\text{تکراری}}, \underbrace{\{a, a\}}_{\text{تکراری}}, \{b\}\} = \{\{a\}, \{a\}, \{b\}\} = \{\{a\}, \{b\}\}$$

$$C = \{\underbrace{1, a, 2}_{\text{تکراری}}, \underbrace{\{b, b, b\}}_{\text{تکراری}}, \{a, b\}\} = \{1, a, 2, \{b\}, \{a, b\}\}$$

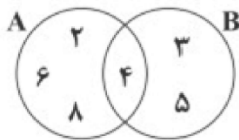
دو مجموعه  $A$  و  $C$  دو عضو مشترک  $\{a, b\}$  و  $a$  را دارند و دو مجموعه  $B$  و  $C$  عضو مشترک  $\{b\}$  را دارند و دو مجموعه  $A$  و  $B$  عضو مشترک ندارند، پس نمودار آن به صورت زیر است:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حاصل این عبارت برابر است با:

$$\frac{2^{6n+6} \times 2^{6n-5}}{2^{6n+4} \times 2^{6n-5}} = 2^2 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار آن دو مجموعه  $A$  و  $B$  به صورت مقابل است.



یک نمونه از مجموعه‌های مورد نظر برای  $C$ ، مجموعه  $\{3, 4\}$  است که هر دو شرط را دارد. برای پیدا کردن تعداد همه‌ی زیرمجموعه‌ها مانند  $C$  دقت کنید که باید  $C \subseteq B$  ولی  $C \neq B$  و  $C \neq \{4\}$  (چون  $C$  نباید زیرمجموعه‌ی  $A$  باشد) یعنی از  $2^3 = 8$  زیرمجموعه‌ی  $B$ ، دو تای آن‌ها حذف می‌شوند. پس ۶ مجموعه به جای  $C$  می‌توان نوشت.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$

$ANB'$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$

$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$

ANB'

sin^2 alpha + cos^2 alpha = 1

EF || AD, EF = (a+b)/2

lim n -> infinity

شماره صفحه: ۵

سری B



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر کسر را تفکیک می‌کنیم و سپس حاصل را به دست می‌آوریم:

Handwritten solution for problem 36 showing a telescoping series of fractions.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۷

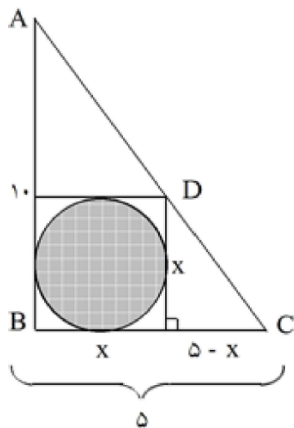
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۰

Handwritten solution for problem 41 involving algebraic manipulation of square roots.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فرض کنید طول قطر دایره برابر x باشد. در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC داریم:



Handwritten derivation of the radius R using Thales' theorem: DE || AB implies DE/AB = CE/CB, leading to x = 5 - 10x and x = 5/11.

اگر شعاع دایره برابر R باشد، آنگاه داریم:

Handwritten calculation of the area of the circle: 2R = 10/3 implies R = 5/3, so S = pi R^2 = 25/9 pi.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک تالس جزء به جزء داریم:

Handwritten derivation of the radius R using Thales' theorem on three parallel lines: DA || EB, EB || FC, EA || FB.

Handwritten equation: 2OA = 2EF = 4 implies OA = EF = 2, BC = 4.

Handwritten equation: (1), (2) implies OD/DE = OE/EF = 2/AB = (2+AB)/4.

Handwritten equation: (3) implies 2/AR = (2+AB)/4 implies 8 = 2AB + (AB)^2 implies (AB)^2 + 2AB - 8 = 0.

EF || AD, EF = (a+b)/2

(3 cos^2 phi - 1/2)

ANB'

lim n -> infinity sin(ax+3)

AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)

$ANB'$   $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$

شماره صفحه: ۶

سری B

پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان



$\Rightarrow (AB + 4)(AB - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} AB = -4 \\ AB = 2 \end{cases}$

با توجه به  $AB = 2$  و رابطه (۳) داریم:

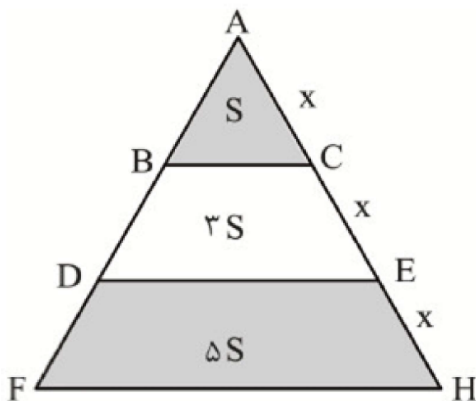
$\frac{OD}{DE} = \frac{OE}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow OE = 1, OD = DE$

D وسط OE قرار دارد پس:

$OD = DE = 1$

$AB + DE = 2 + 1 = 3$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k نسبت مساحت‌ها  $k^2$  است: ۴۳

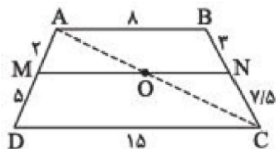


$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{x}{2x}\right)^2 = \frac{1}{4} \begin{cases} S_{\triangle ABC} = S \\ S_{BCDE} = 3S \end{cases}$

$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle AFH}} = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9} \begin{cases} S_{\triangle ADE} = 4S \\ S_{DEFH} = 5S \end{cases}$

بنابراین نسبت مساحت دوزنقه هاشورزده ( $5S$ ) به مساحت مثلث هاشورزده ( $S$ ) برابر ۵ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۴



طبق عکس قضیه تالس در دوزنقه:

$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD$

اکنون از A به C وصل می‌کنیم، آنگاه طبق قضیه تالس داریم:

$\triangle ADC : OM \parallel DC \Rightarrow \frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{MO}{15} = \frac{2}{7} \Rightarrow MO = \frac{30}{7}$

$\triangle ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{NO}{AB} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow \frac{NO}{8} = \frac{2/5}{10/5} = \frac{2}{25} \Rightarrow NO = \frac{40}{7}$

$MN = MO + NO = \frac{30}{7} + \frac{40}{7} = \frac{70}{7} = 10$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با رسم ارتفاع‌های وارد بر وتر، تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل متشابه اند، بنابراین: ۴۵

$\triangle ABD$  و  $\triangle HCD$  هم متشابه‌اند:

$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 + 2^2 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$

$AC^2 = CD \times BC \Rightarrow 4 = CD \times \sqrt{7} \Rightarrow CD = \frac{4}{\sqrt{7}}$

$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle HCD}} = K^2 = \left(\frac{AB_{وتر}}{CD_{وتر}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\frac{4}{\sqrt{7}}}\right)^2 = \frac{21}{16} \Rightarrow \frac{42}{16} = \frac{21}{16} \Rightarrow S_{\triangle HCD} = 21$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$

$ANB'$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$

$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$

$$ANB'$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty}$$

شماره صفحه: ۷

سری B

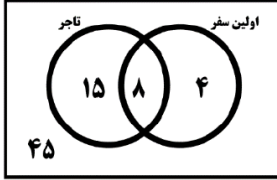


پاسخنامه مسابقه ریاضی دانان جوان

پاسخ سوال شماره (۱)

با رسم نمودار ون مقابل، تعداد افرادی که نه تاجر هستند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند برابر است با ۴۵.

کل افراد: ۷۲



پاسخ سوال شماره (۲)

• الف

در جدول مقابل تعدادهای مختلف برای جمع ۲ عدد تاس آمده است:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

برای این که جمع دو تاس عددی اول شود، باید مجموع آن‌ها یکی از اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ شود،

$$1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15$$

مجموع حالت‌ها برای این اعداد برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} R \rightarrow 6 \times 6 \\ P \rightarrow 2 \times 2 \end{array} \right. \rightarrow 36 + 4 = 40$$

تعداد کل حالت‌های فضای نمونه‌ای برابر است با:

پس احتمال پیشامد فوق برابر است با:

$$P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

• ب

اگر سکه‌ای اول رو بیاید، در ۳۶ حالتی که مربوط به تاس‌ها می‌شود، تنها ۱ سکه رو داریم و شرط مسئله درست است.

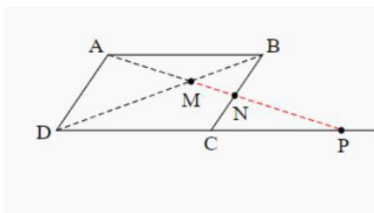
اگر سکه اول پشت بیاید، بعد از آن ۲ عدد سکه پرتاب می‌کنیم که تنها در ۲ حالت از آن فقط یک سکه رو می‌آید.

پس در کل ۲+۳۶ حالت پیشامد مطلوب ما است.

$$P(A) = \frac{36+2}{40} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20}$$

پس احتمال پیشامد فوق برابر است با:

پاسخ سوال شماره (۳)



دو مثلث AMD و BMN و همچنین دو مثلث AMB و DMP با هم متشابه‌اند. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMD \sim \triangle BMN : \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ \triangle AMB \sim \triangle DMP : \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP}$$

$$\Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$

$$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$$

$$(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$$

$$ANB'$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$$

$$AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$ANB'$   $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$

$\lim_{n \rightarrow \infty}$

شماره صفحه: ۸

سری B



پانزده مسابقه ریاضی دانان جوان

پاسخ سوال شماره ۴

در ذوزنقه‌ی فوق، رابطه‌ی روبه‌رو برقرار است:

$$\begin{cases} S_{AOB} \times S_{OCD} = S_{OBC} \times S_{AOD} \rightarrow S_{OBC} = S_{AOD} = \sqrt{S_{AOB} \times S_{OCD}} = \sqrt{9 \times 4} = 6 \\ S_{OBC} = S_{AOD} \end{cases}$$

روش دوم:

اضلاع کنار را ادامه دهید تا یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند، سپس با استفاده از تشابه و قضیه‌ی تالس، نسبت مساحت‌های مثلث‌های متشابه را بدست آورید.

پاسخ سوال شماره ۵

$$A = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = B \times C$$

$$\begin{cases} B = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \rightarrow B^2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 4 + 2 = 6 \rightarrow B = \sqrt{6} \rightarrow A = 2 \times \sqrt{3} \\ C = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$EF \parallel AD, EF = (a+b)/2$   $(3 \cos^2 \varphi - 1/2)$   $ANB'$   $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(ax+3)$   $AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$